



MATEMÁTICAS II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

Bloque 1.A Un operador turístico vende a las agencias locales viajes concertados al Caribe, Islas Maldivas y Tailandia. A una primera agencia A le vende 10 viajes al Caribe, 10 a las Maldivas y 10 a Tailandia, cobrando por todo ello 12.000 euros. A una segunda agencia B le vende 10 viajes al Caribe y 20 a Tailandia, cobrando por todo ello 13.000 euros. Y a una tercera agencia C le vende 10 viajes al Caribe y 10 a las Maldivas, cobrando por todo ello 7.000 euros. Se pide:

- Plantea un sistema de ecuaciones que permita calcular el precio del viaje a cada uno de los destinos. Y calcula, si es posible, dicho precio. (1.5 puntos)
- Si le obligasen a rebajar un 20% el precio del viaje al Caribe dejando los otros iguales, ¿cuánto dinero perdería? (0.5 puntos)
- ¿Cuál sería el precio del viaje a las Islas Maldivas necesario para compensar la bajada del 20% del viaje al Caribe y así recaudar el mismo dinero? (se mantiene el precio del viaje a Tailandia). (0.5 puntos)

Bloque 1.B Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- Escribe el sistema de ecuaciones $AX = X$ en la forma $BX = 0$. (0.5 puntos)
- Estudia para qué valores de a el sistema tiene infinitas soluciones. (1 punto)
- Para $a = 0$ calcula, si existe, la inversa de A . (1 punto)

Bloque 2.A Sean las parábolas $y_1 = x^2 - 2x + 3$ e $y_2 = ax^2 + b$

- Calcula los valores de a y b para que en el punto de abscisa $x = 2$ las dos parábolas tengan la misma recta tangente. Calcula dicha recta tangente. (1 punto)
- Para $a = 1$, $b = 1$ esboza el recinto limitado por las parábolas entre el eje Y y el punto de corte entre ellas. Calcula el área del mismo. (1.5 puntos)

Bloque 2.B Sean tres números reales positivos cuya suma es 90 y uno de ellos es la media de los otros dos. Determina los números de forma que el producto entre ellos sea máximo. (2.5 puntos)



Bloque 3.A Dadas las rectas $r : \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = z$ y $s : \begin{cases} x+2y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$

- a) Comprueba que las rectas se cruzan. (0.75 puntos)
- b) Obtenga el plano π que contiene a s y es paralelo a la recta r . Halla la distancia entre el punto $P = (-1, 1, 0)$ de la recta r y el plano π (1.25 puntos)
- c) Calcula la distancia entre las rectas. (0.5 puntos)
-

Bloque 3.B Dados los puntos $A(1, 1, 0)$ y $B(0, 0, 2)$ y la recta $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$ Halla:

- a) Un punto $C \in r$ de forma que el triángulo ABC sea rectángulo con el ángulo recto en B . (1.25 puntos)
- b) El plano π que pasa por A y B y es paralelo a r . (1.25 puntos)
-

Bloque 4.A En un edificio hay dos ascensores. Cada vecino, cuando utiliza el ascensor, lo hace en el primero el 60% de las veces y en el segundo el 40%. El porcentaje de fallos del primer ascensor es del 3% y del segundo es del 8%.

- a) Un vecino usa un ascensor. ¿Cuál es la probabilidad de que el ascensor falle? (1.25 puntos)
- b) Otro día, un vecino coge un ascensor y le falla. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido el segundo? (1.25 puntos)
-

Bloque 4.B Se tiene un suceso con variable aleatoria X que sigue una distribución normal de media $\mu = 10$ y desviación típica $\sigma = 2$. Calcula:

- a) La probabilidad de que $X \in [6, 10]$. (1.5 puntos)
- b) Se hace una revisión de los datos y se observa que la media coincide pero la probabilidad del 80% se alcanza en el valor $X \leq 12$. ¿Cuál es la nueva desviación típica? (1 punto)

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(0.8416) = 0.8$, $F(1) = 0.8413$, $F(1.25) = 0.8944$, $F(1.375) = 0.9154$, $F(1.5) = 0.9332$, $F(2) = 0.9772$)